YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

प्रश्नावली 6.1

1. कोष्ठकों में दिए गए शब्दों में से सही शब्दों का प्रयोग करते हुए, रिक्त स्थानों की भरिए:

(i) सभी वृत्त ... समरूप ... होते हैं। (सर्वांगसम, समरूप)

(ii) सभी वर्ग ... समरूप ... होते हैं। (समरूप, सर्वांगसम)

(iii) सभी... समबाहु ...त्रिकोण समरूप होते हैं। (समद्विबाहु, समबाहु)

(iv) भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं, यदि

(a) उनके संगत कोण... बराबर ... हों तथा

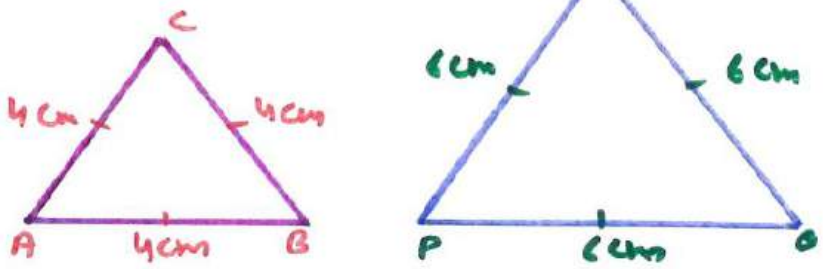
(b) उनकी संगत भुजाएँ ... समानुपाती ...हों। (बराबर, समानुपाती)

2. निम्नलिखित युग्मों के दो भिन्न-भिन्न उदाहरण दीजिए।

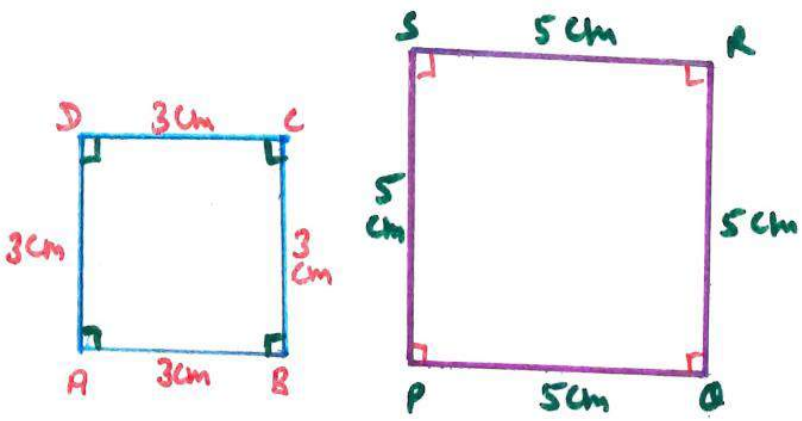
(i) समरूप आकृतियाँ (ii) ऐसी आकृतियाँ जो समरूप नहीं है।

हल . (i) समरूप आकृतियाँ

1. 4cm और 6cm भुजाओं वाले दो समबाहु त्रिभुज



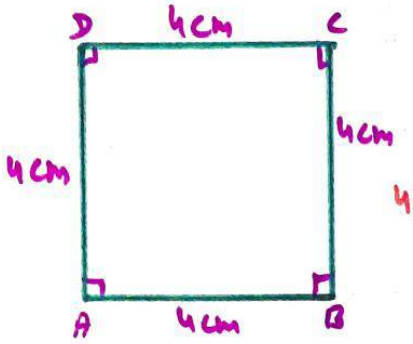
2. 3 सेमी और 5 सेमी भुजाओं वाले दो वर्ग

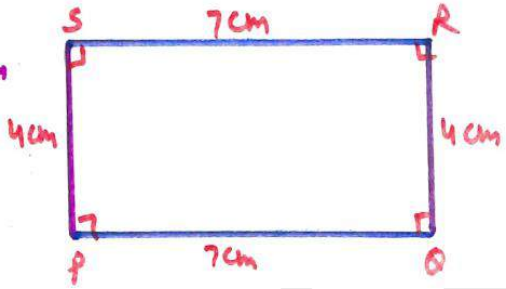


YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

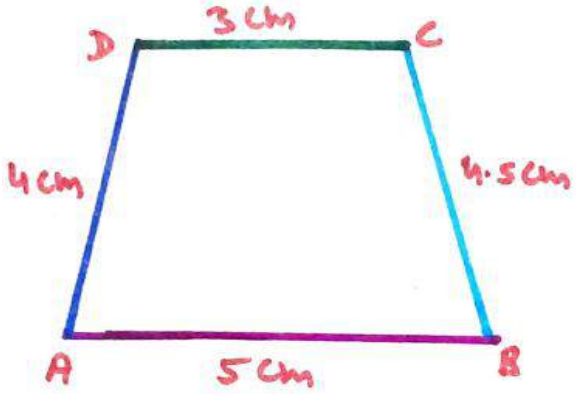
(ii) ऐसी आकृतियाँ जो समरूप नहीं है।

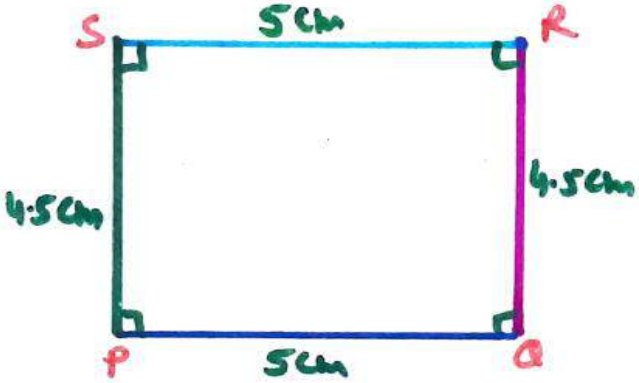
1. वर्ग और आयत



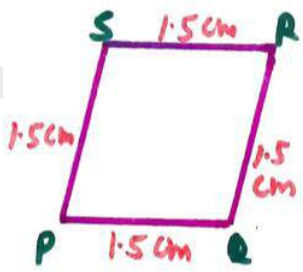


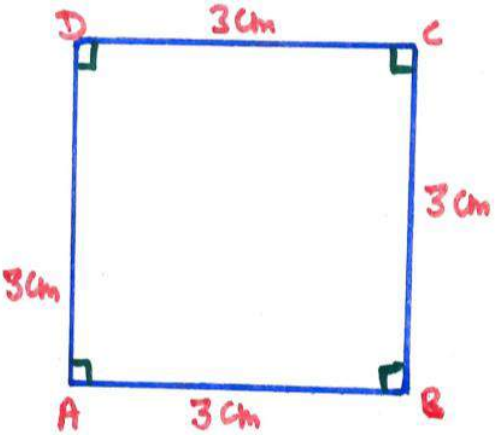
2. समलंब चतुर्भुज और आयत





3. बताइए कि निम्नलिखित चतुर्भुज समरूप हैं या नहीं:



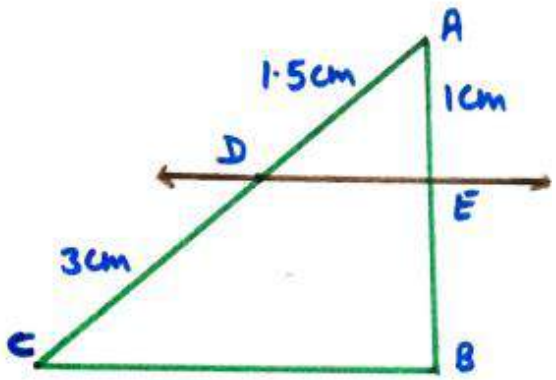


हल: - दिए गए चतुर्भुज समरूप नहीं हैं।

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

प्रश्नावली 6.2

1. आकृती (i) और (ii) में, DE || BC है (i) में EC और (ii) में AD ज्ञात कीजिए:



हल: - (i) दिया है: △ ABC में, DE || BC

ज्ञात करना है: EC =?

हल: - △ ABC में, DE || BC

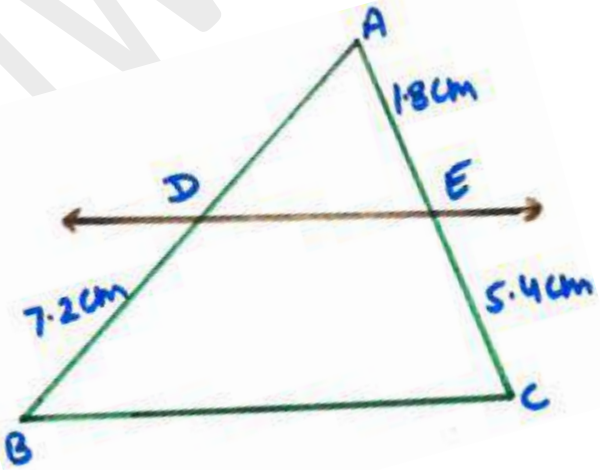
$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AC}{EC}$ [B. P. प्रमेय से]

$\Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC}$

$\Rightarrow EC = \frac{3\times1}{1.5}$

$\therefore EC = 2$ cm Ans.

हल: - (ii) दिया है: △ ABC में, DE || BC



ज्ञात करना है: AD =?

हल: - △ ABC में, DE || BC

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [B. P. प्रमेय से]

$\Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\Rightarrow AD = \frac{1.8\times7.2}{5.4}$

$\therefore AD = 2.4$ cm Ans.

2. किसी △ PQR की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिंदु E और F स्तिथ हैं। निम्नलिखित में से प्रत्येक स्तिथि के लिए, बताइए कि क्या EF||QR है:

(i) $\mathrm{PE} = 3.9$ cm, $\mathrm{EQ} = 3$ cm, $\mathrm{PF} = 3.6$ cm और $\mathrm{FR} = 2.4$ cm

हल: - दिया है: △ PQR में, PE = 3.9 cm, EQ = 3 cm, PF = 3.6 cm, FR = 2.4 cm,

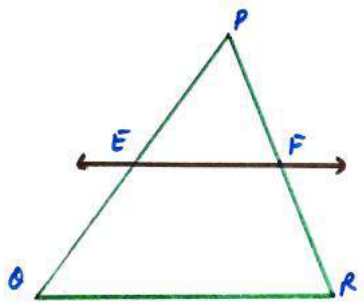
बताइए कि: क्या EF||QR है या नहीं।

प्रमाण: यहाँ पर, $\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = \frac{13}{10}$

और $\frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{3}{2}$

यहाँ पर $\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$

∴ EF, QR के समानांतर नहीं है।



(ii) PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8 cm और RF = 9 cm

हल: - दिया है: △ PQR में, PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8 cm, RF = 9 cm,

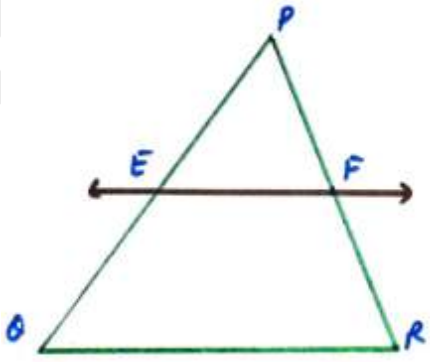
बताइए कि: क्या EF||QR है या नहीं।

प्रमाण: यहाँ पर, $\frac{PE}{EQ} = \frac{4}{4.5} = \frac{8}{9}$

और $\frac{PF}{FR} = \frac{8}{9}$

यहाँ पर, $\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

⇒ EF ∥ QR [B. P. प्रमेय के विलोम से]



(iii) PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm और PF = 0.63 cm

हल: - दिया है: △ PQR में, PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm, PF = 0.36 cm,

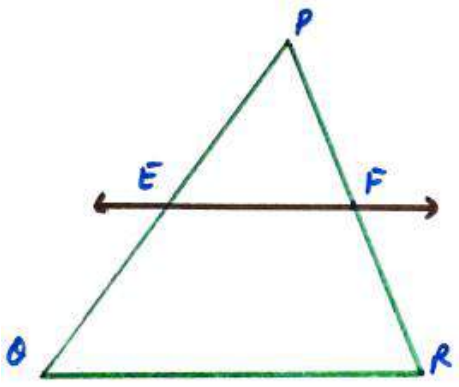
बताइए कि: क्या EF||QR है या नहीं।

प्रमाण: यहाँ पर, $\frac{PE}{PQ} = \frac{0.18}{1.28} = \frac{18}{128} = \frac{9}{64}$

और $\frac{PF}{PR} = \frac{0.36}{2.56} = \frac{9}{64}$

यहाँ पर, $\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PR}$

⇒ EF ∥ QR [B. P. प्रमेय के विलोम से]



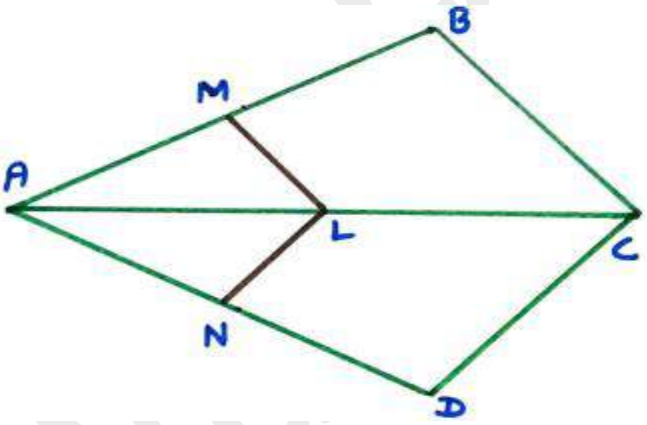
R.K.Paliwal Sir

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

3. आकृती में, यदि LM ∥ CB और LN ∥ CD, है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$।

हल: - दिया है: △ ABC में, LM || BC और △ ADC में, LN || CD है।

सिद्ध करना है: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$



प्रमाण: △ ABC में, LM || BC,

$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AL}{AC}$ [B. P. प्रमेय से] .....(i)

और △ ADC में, LN || CD,

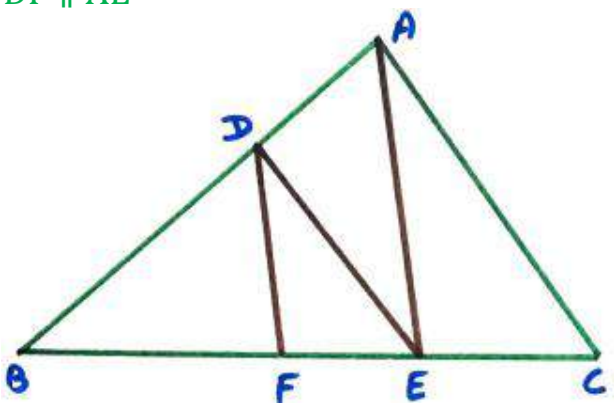
$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ [B. P. प्रमेय से] .....(ii)

(i) और (ii), से प्राप्त होता है

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$, इति सिद्धम।

4. आकृती में, DE ∥ AC और DF ∥ AE है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है।

हल: - दिया है: △ ABC में, DE ∥ AC और DF ∥ AE



सिद्ध करना है: $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$.

प्रमाण: △ ABC में, DE || AC

$\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ [B. P. प्रमेय से] .....(i)

और △ ABC में, DE || AC

$\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE}$ [B. P. प्रमेय से] .....(ii)

(i) और (ii) से, $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$, इति सिद्धम।

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

5. आकृती में, DE ∥ OQ और DF ∥ OR है। सिद्ध कीजिए कि EF ∥ QR है।

हल: - दिया है: △ ABC में, DE ∥ OQ और DF ∥ OR

सिद्ध करना है: EF ∥ QR.

प्रमाण: △ POQ में, DE || OQ

$\Rightarrow \frac{PE}{EQ} = \frac{PD}{DO}$ [B. P. प्रमेय से] .....(i)

और △ POR में, DF || OR

$\Rightarrow \frac{PF}{FR} = \frac{PD}{DO}$ [B. P. प्रमेय से] .....(ii)

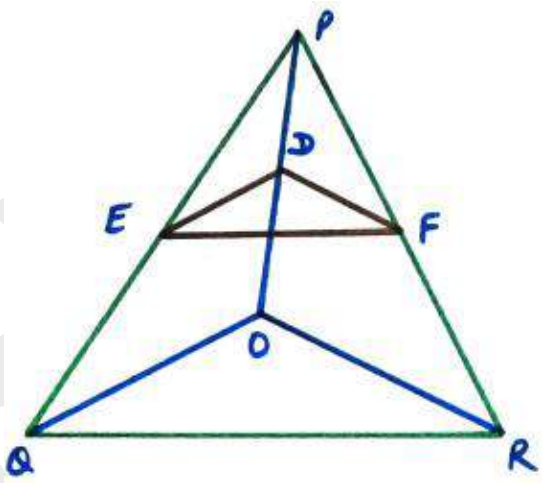
(i) और (ii), से प्राप्त होता है

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

अब △ PQR, में

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

⇒ EF ∥ QR [B. P. प्रमेय के विलोम से] इति सिद्धम।



6. आकृति में क्रमशः OP, OQ और OR पर स्थित बिंदु A, B और C इस प्रकार हैं कि AB || PQ और AC || PR है। दर्शाइए कि BC || QR है।

हल: - दिया है: △ PQR, में, A, B और C क्रमशः OP, OQ और OR पर स्थित बिंदु हैं

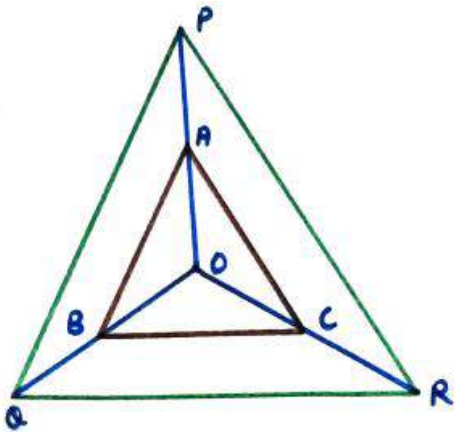
इस तरह है कि AB || PQ और AC || PR

सिद्ध करना है: BC || QR.

प्रमाण: In △ POQ, AB || PQ,

$\Rightarrow \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}$ [B. P. प्रमेय से] .....(i)

और △ POR में, AC || PR,



YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

$\Rightarrow \frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR}$ [B. P. प्रमेय से] .....(ii)

(i) और (ii), से प्राप्त होता है

$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$

अब, $\triangle OQR$ में,

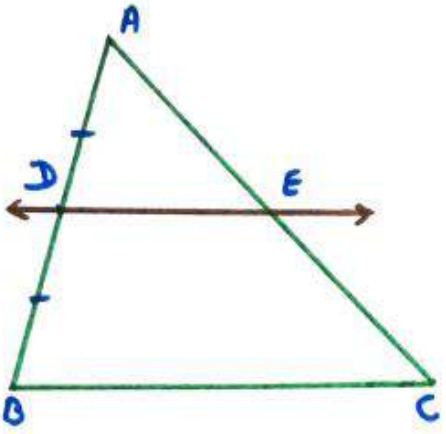
$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$

$\Rightarrow$ BC ∥ QR [B. P. प्रमेय के विलोम से] इति सिद्धम।

7. प्रमेय 6.1 का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से होकर दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

हल: - दिया है: माना DE, AB के मध्य-बिंदु D से होकर जाने वाली एक रेखा है जो BC को E पर प्रतिच्छेद करती है और DE || BC है।

सिद्ध करना है: AE = EC



प्रमाण: $\triangle$ ABC में, DE || BC

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [B. P. प्रमेय से]

$\Rightarrow \frac{AD}{AD} = \frac{AE}{EC}$ [$\because$ AD = DB]

$\Rightarrow 1 = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow AE = EC$,

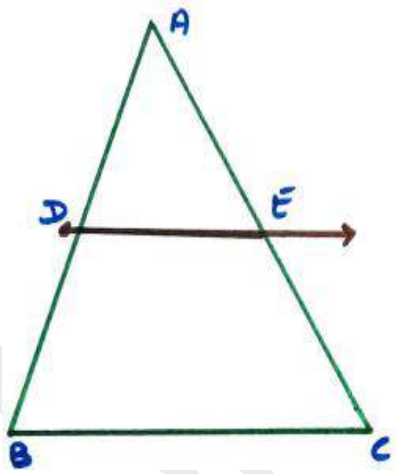
$\therefore$ E, AC का मध्य बिंदु है। इति सिद्धम।

8. प्रमेय 6.2 का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है।

हल: - दिया है: माना DE, AB और AC के मध्य बिन्दुओं D और E, से होकर जाने वाली एक रेखा है।

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

सिद्ध करना है: DE ∥ BC



प्रमाण: DE, AB और AC के मध्य बिन्दुओं D और E, से होकर जाने वाली एक रेखा है।

$\Rightarrow$ AD = DB और AE = EC.

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = 1$ और $\frac{AE}{EC} = 1$

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

अब, △ ABC में,

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

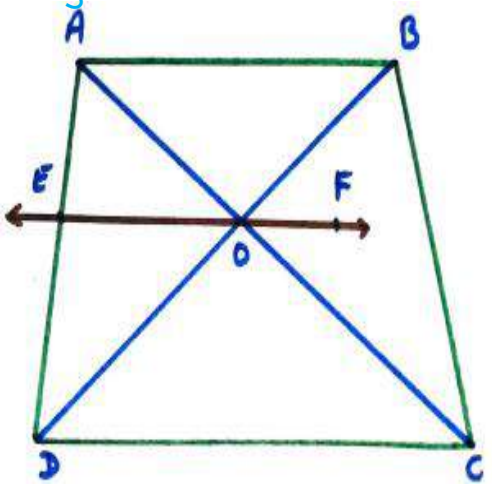
$\Rightarrow$ DE ∥ BC [B. P. प्रमेय के विलोम से] इति सिद्धम।

9. ABCD एक समलंब है जिसमें $AB \parallel DC$ तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है।

हल: - दिया है: समलंब ABCD में, $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

सिद्ध करना है: $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

रचना: एक रेखा $EF \parallel AB \parallel DC$ खिंची, जो की O से गुजरती है।



प्रमाण: △ ABC में, EO || AB

$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{BO}{DO}$ [B. P. प्रमेय से] ....(i)

और △ ADC में, EO ∥ CD

$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{AO}{CO}$ [B. P. प्रमेय से] .....(ii)

समीकरण (i) और (ii) से प्राप्त होता है,

$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$

$\Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ इति सिद्धम।

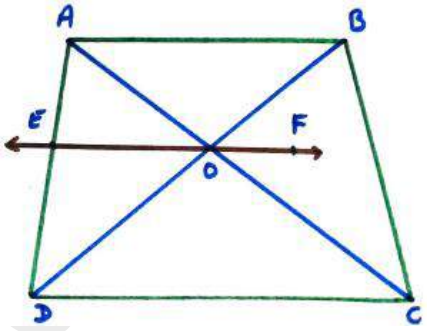
YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

10. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है। दर्शाइए कि ABCD एक समलंब है।

हल: - दिया है: चतुर्भुज ABCD में विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ या $\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$ है।

सिद्ध करना है: $AB \parallel DC$ या ABCD एक समलंब है।

रचना: एक रेखा EF ∥ AB खिंची, जो की O से गुजरती है।



प्रमाण: $\triangle ABD$ में, $EO \parallel AB$

$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{BO}{DO}$ [B. P. प्रमेय से]

लेकिन, $\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$ दिया है

$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{AO}{CO}$

$\Rightarrow EO \parallel DC$ [B. P. प्रमेय के विलोम से]

लेकिन EF ∥ AB [रचना से]

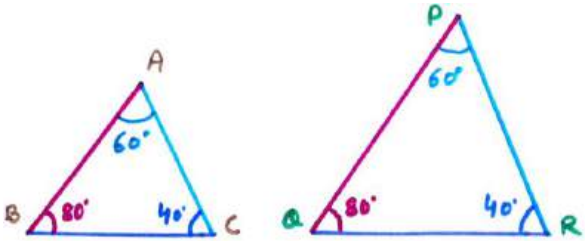
$\Rightarrow AB \parallel CD$

∴ ABCD एक समलंब है। इति सिद्धम।

प्रश्नावली 6.3

1. बताइए कि आकृति में त्रिभुजों के युग्मों में से कौन-कौन से युग्म समरूप हैं। उस समरूपता कसौटी को लिखिए जिसका प्रयोग आपने उत्तर देने में किया है तथा साथ ही समरूप त्रिभुजों को सांकेतिक रूप में व्यक्त कीजिए है।

हल: - (i) $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में,



$\angle A = \angle P$ [∵ प्रत्येक 60°]

$\angle B = \angle Q$ [∵ प्रत्येक 80°]

$\angle C = \angle R$ [∵ प्रत्येक 40°]

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$ [AAA समरूपता]

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

(ii) $\triangle ABC$ और $\triangle QRP$ में,

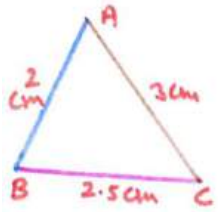
$\frac{AB}{QR} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

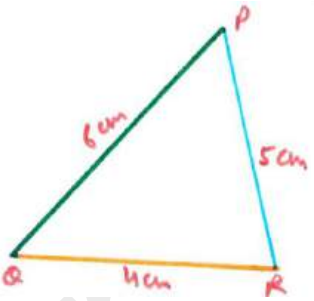
$\frac{BC}{RP} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$,

और $\frac{CA}{PQ} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

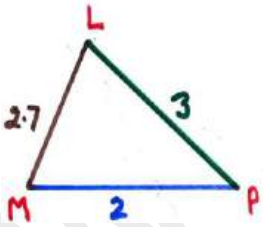
यहाँ पर $\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{RP} = \frac{CA}{PQ} = \frac{1}{2}$ प्रत्येक

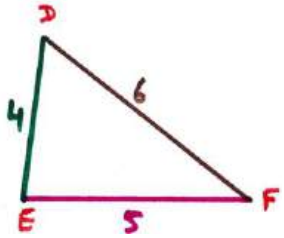
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle QRP$ [SSS समरूपता]





(iii) त्रिभुज समरूप नहीं है क्योंकि इनकी संगत भुजाएँ समानुपातिक नहीं हैं।



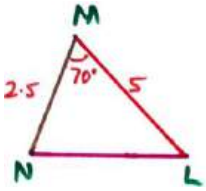


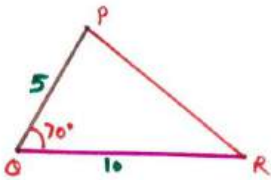
(iv) $\triangle$ NML और $\triangle$ PQR में,

यहाँ पर $\frac{NM}{PQ} = \frac{ML}{QR} = \frac{1}{2}$ प्रत्येक

और $\angle M = \angle Q$ [$\because$ प्रत्येक $70°$]

$\therefore$ $\triangle$ NML ~ $\triangle$ PQR [SAS समरूपता]



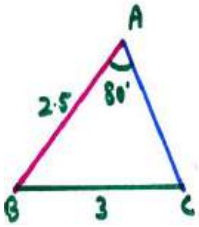


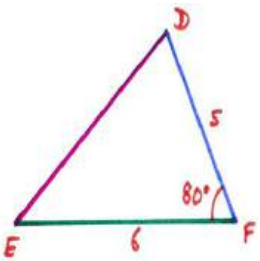
(v) $\triangle$ ABC और $\triangle$ DFE में,

यहाँ पर $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{FD} = \frac{1}{2}$ [प्रत्येक]

लेकिन $\angle B \neq \angle F$ [समानुपातिक भुजाओं के बीच के कोण]

$\therefore$ त्रिभुजें समानुपातिक नहीं हैं।



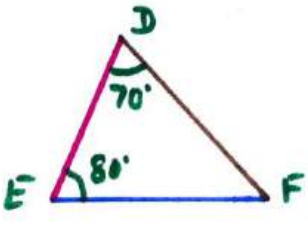


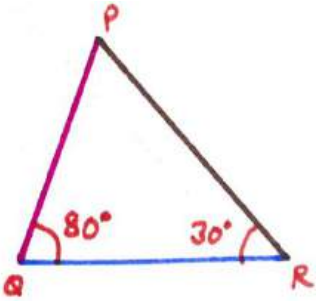
(vi) $\triangle$ DEF में,

$\angle D + \angle E + \angle F = 180°$

$\Rightarrow 70° + 80° + \angle F = 180$

$\Rightarrow \angle F = 180° - 150°$





YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

$\Rightarrow \angle F = 30°$

इसी तरह $\triangle$ PQR में,

$\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$

$\Rightarrow \angle P + 80° + 30° = 180°$

$\Rightarrow \angle P = 180° - 150°$

$\Rightarrow \angle P = 70°$

$\triangle DEF$ और $\triangle PQR$ में,

$\angle D = \angle P$ [∵ प्रत्येक $70°$]

$\angle E = \angle Q$ [∵ प्रत्येक $80°$]

$\angle F = \angle R$ [∵ प्रत्येक $30°$]

$\therefore \triangle$ DEF $\sim \triangle$ PQR [*AAA* समरूपता]

2. आकृति में, $\triangle$ ODC $\sim \triangle$ OBA, $\angle$BOC $= 125°$ और $\angle$CDO $= 70°$ है। $\angle$DOC, $\angle$DCO और $\angle$OAB ज्ञात कीजिए।

हल: - दिया है: $\triangle$ ODC $\sim \triangle$ OBA, $\angle$BOC $= 125°$ और $\angle$CDO $= 70°$

ज्ञात करना है: $\angle$DOC, $\angle$DCO और $\angle$OAB.

हल: - चूँकि DOB एक सीधी रेखा है।

$\therefore \angle DOC + \angle COB = 180°$

$\Rightarrow \angle DOC = 180° - 125°$

$= 55°$

$\triangle$ DOC में, $\angle DCO + \angle CDO + \angle DOC = 180°$

$\Rightarrow \angle DCO + 70° + 55° = 180°$

$\Rightarrow \angle DCO + 125° = 180°$

$\Rightarrow \angle DCO = 180° - 125°$

$\Rightarrow \angle DCO = 55°$

दिया गया है कि, $\triangle$ ODC $\sim \triangle OBA$.

$\therefore \angle OAB = \angle OCD$ [समरूप त्रिभुजों के संगत कोण]

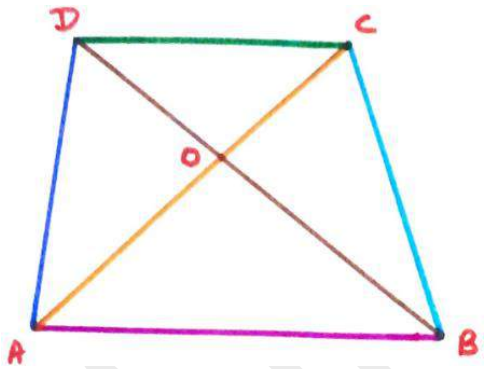
$\Rightarrow \angle OAB = 55°$

$\therefore \angle DOC = 55°, \angle DCO = 55°$ और $\angle OAB = 55°$ *Ans.*

3. समलंब ABCD, AB ∥ DC है, के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दो त्रिभुजों की लिए समरूपता कसौटी का प्रयोग करते हुए, दर्शाइए कि $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ है।

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

हल: - दिया है: समलंब ABCD में, AB ∥ DC और विकर्ण एक दूसरे को बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।



सिद्ध करना है: $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$

प्रमाण: $\triangle DOC$ और $\triangle BOA$ में

$\angle DOC = \angle BOA$ [ऊर्ध्वाधर विपरीत कोण]

$\angle CDO = \angle ABO$ [एकांतर कोण]

$\angle DCO = \angle BAO$[एकांतर कोण]

$\therefore \triangle DOC \sim \triangle BOA$

$\Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO}$

$\Rightarrow \frac{BO}{DO} = \frac{AO}{CO}$ इति सिद्धम।

4. आकृती में, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ है। दर्शाइए कि $\triangle$ PQS $\sim \triangle$ TQR है।

हल: - दिया है: $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ और $\angle 1 = \angle 2$

सिद्ध करना है: $\triangle$ PQS $\sim \triangle$ TQR

प्रमाण: $\triangle PQR$ में

$\angle PQR = \angle PRQ$

$\therefore$ PQ = PR ... (1)

दिया गया है कि,

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$

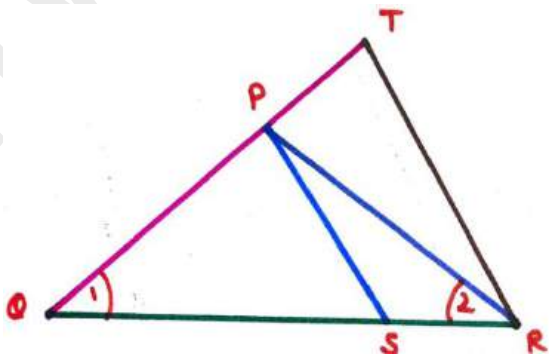
$\Rightarrow \frac{QR}{QS} = \frac{QT}{QP}$ [(i) से PQ = PR].....(ii)

$\therefore$ $\triangle$ PQS और $\triangle$ TQR में,

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{QP}$ [(ii) से]

$\angle Q = \angle Q$ [उभयनिष्ठ]

$\therefore \triangle$ PQS $\sim \triangle$ TQR [SAS समरूपता]

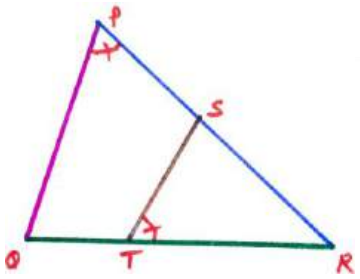


5. $\triangle$PQR की भुजाओं PR और QR पर क्रमशः बिन्दु S और T इस प्रकार स्तिथ हैं कि $\angle P = \angle RTS$ है। दर्शाइए कि $\triangle$RPQ $\sim \triangle$RTS है।

हल: - दिया है: $\triangle$PQR में $\angle P = \angle RTS$

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

सिद्ध करना है: $\triangle RPQ \sim \triangle RTS$



प्रमाण: $\triangle RPQ$ और $\triangle RST$ में,

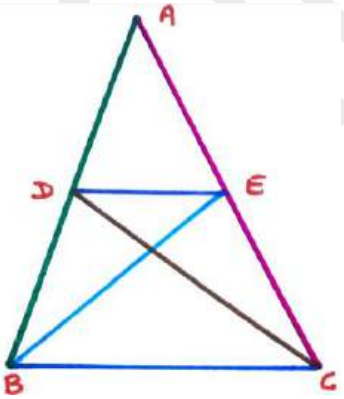
$\angle RTS = \angle QPS$ [दिया गया है]

$\angle R = \angle R$ [उभयनिष्ठ]

$\therefore \triangle RPQ \sim \triangle RTS$ [AA समरूपता]

6. आकृती में, if $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, दर्शाइए कि $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ है।

हल: - दिया है: $\triangle ABE \cong \triangle ACD$.



सिद्ध करना है: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

प्रमाण: चूँकि $\triangle ABE \cong \triangle ACD$

$\therefore AE = AD$ [c.p.c.t.]

या, $AD = AE$..... (i)

और, $AB = AC$ [c.p.c.t.] .....(ii)

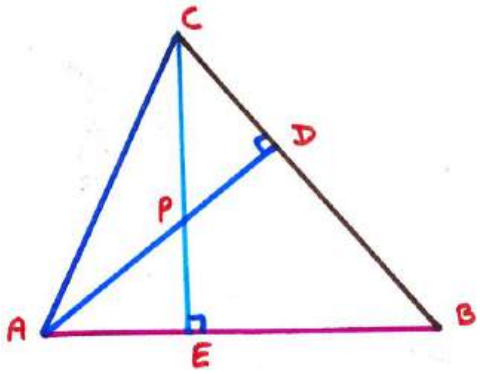
$\therefore \triangle ADE$ और $\triangle ABC$ में,

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ [(i) को (ii) से भाग करने पर]

और $\angle A = \angle A$ [उभयनिष्ठ]

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ [SAS समरूपता]

7. आकृती में, $\triangle ABC$ के शीर्षलम्ब AD और CE परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद हैं। दर्शाइए कि:



(i) $\triangle AEP \sim \triangle CDP$

(ii) $\triangle ABD \sim \triangle CBE$

(iii) $\triangle AEP \sim \triangle ADB$

(iv) $\triangle PDC \sim \triangle BEC$

हल: - (i) $\triangle AEP$ और $\triangle CDP$ में,

$\angle APE = \angle CPD$ [ऊर्ध्वाधर विपरीत कोण]

$\angle AEP = \angle CDP$ [प्रत्येक $90°$]

$\therefore \triangle AEP \sim \triangle CDP$ [AA समरूपता]

(ii) $\triangle ABD$ और $\triangle CBE$ में,

$\angle ADB = \angle CEB$ [प्रत्येक $90°$]

$\angle ABD = \angle CBE$ [उभयनिष्ठ]

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBE$ [AA समरूपता]

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

(iii) $\triangle$ AEP और $\triangle$ ADB में,

$\angle AEP = \angle ADB$ [प्रत्येक $90°$]

$\angle PAE = \angle DAB$ [उभयनिष्ठ]

$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ADB$ [AA समरूपता]

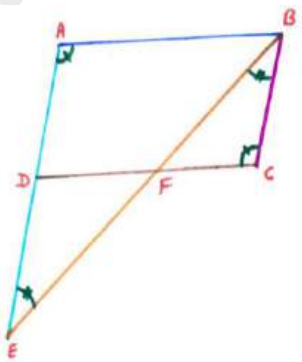
(iv) $\triangle$ PDC और $\triangle$ BEC में,

$\angle PDC = \angle BEC$ [प्रत्येक $90°$]

$\angle PCD = \angle BCE$ [उभयनिष्ठ]

$\therefore \triangle PDC \sim \triangle BEC$ [AA समरूपता]

8. समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर स्तिथ E एक बिंदु है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है। दर्शाइए कि $\triangle ABE \sim \triangle CFB$ है।



हल: - दिया है: समांतर चतुर्भुज ABCD में बढ़ाई गई भुजा AD पर स्तिथ E बिंदु को B से जोड़ा गया है तथा BE, भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है।

सिद्ध करना है: $\triangle ABE \sim \triangle CFB$

प्रमाण: $\triangle ABE$ और $\triangle CFB$ में

$\angle A = \angle C$ [समांतर चतुर्भुज के विपरीत कोण]

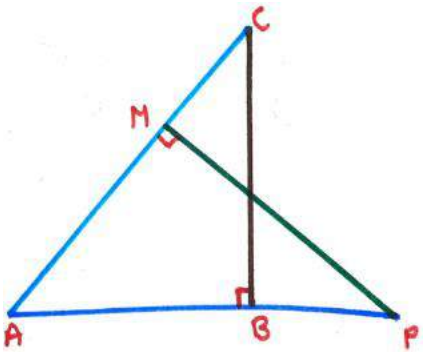
$\angle AEB = \angle CBF$ [एकांतर कोण, $AE \parallel BC$]

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CFB$ [AA समरूपता]

9. आकृति में, ABC और AMP दो समकोण त्रिभुज हैं, जिनके कोण B और M समकोण हैं। सिद्ध कीजिए कि:

(i) $\triangle ABC \sim \triangle AMP$ (ii) $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$

हल: - दिया है: ABC और AMP दो समकोण त्रिभुज हैं, जिनके कोण B और M समकोण हैं।



सिद्ध करना है: (i) $\triangle ABC \sim \triangle AMP$

(ii) $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$

प्रमाण: (i) $\triangle ABC$ और $\triangle AMP$ में,

$\angle ABC = \angle AMP$ [प्रत्येक $90°$]

$\angle A = \angle A$ [उभयनिष्ठ]

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMP$ [AA समरूपता]

(ii) $\triangle ABC \sim \triangle AMP$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]'

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$ [समरूप त्रिभुजों के संगत भाग] इति सिद्धम।

10. CD और GH क्रमशः $\angle ACB$ और $\angle EGF$ के ऐसे समद्विभाजक हैं कि बिंदु D और H क्रमशः $\triangle ABC$ और $\triangle FEG$ की भुजाओं AB और FE पर स्तिथ है। यदि $\triangle ABC \sim \triangle FEG$ है, तो दर्शाइए कि:

(i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

(ii) $\triangle DCB \sim \triangle HGE$

(iii) $\triangle DCA \sim \triangle HGF$

हल: - (i) दिया गया: $\triangle ABC \sim \triangle FEG$ तथा CD और GH क्रमशः $\angle ACB$ और $\angle EGF$ के ऐसे समद्विभाजक हैं।

सिद्ध करना है: (i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$ (ii) $\triangle DCB \sim \triangle HGE$ (iii) $\triangle DCA \sim \triangle HGF$

प्रमाण: चूँकि $\triangle ABC \sim \triangle FEG$ है

$\therefore \angle A = \angle F$, $\angle B = \angle E$ और $\angle ACB = \angle FGE$,

चूँकि $\angle ACB = \angle FGE$

$\therefore \angle ACD = \angle FGH$ [CD और GH समान कोणों के समद्विभाजक हैं].....(i)

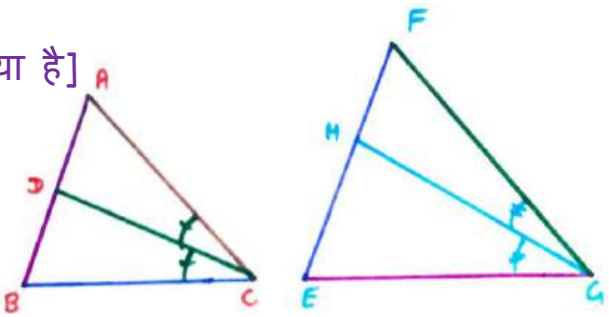
$\triangle ACD$ और $\triangle FGH$ में,

$\angle A = \angle F$,

और $\angle ACD = \angle FGH$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle FGH$ [AA समरूपता]

$\Rightarrow \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$



(ii) In $\triangle DCB$ और $\triangle HGE$,

$\angle DCB = \angle HGE$ [CD और GH समान कोणों के समद्विभाजक हैं]

$\angle B = \angle E$ [CD और GH समान कोणों के समद्विभाजक हैं]

$\therefore \triangle DCB \sim \triangle HGE$ [AA समरूपता]

(iii) $\triangle DCA$ और $\triangle HGF$ में,

$\angle ACD = \angle FGH$ [CD और GH समान कोणों के समद्विभाजक हैं]

$\angle A = \angle F$ [$\triangle ABC \sim \triangle FEG$]

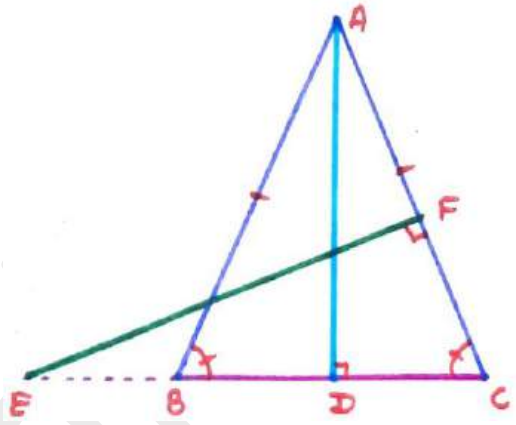
$\therefore \triangle DCA \sim \triangle HGF$ [AA समरूपता]

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

11. आकृति में, AB = AC वाले, एक समद्विबाहु त्रिभुज की बढाई गई भुजा CB पर स्तिथ E एक बिंदु है। यदि AD ⊥ BC और EF ⊥ AC है तो सिद्ध कीजिए कि △ ABD ~△ ECF है।

हल: - दिया है: ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

सिद्ध करना है: △ ABD ~△ ECF



प्रमाण: त्रिभुज ABC में,

∴ AB = AC

⇒ ∠ABD = ∠ECF

△ ABD और △ ECF में,

∠ADB = ∠EFC [∵ प्रत्येक 90°]

∠ABD = ∠ECF [ऊपर सिद्ध किया गया है]

∴ △ ABD ~△ ECF [AA समरूपता]

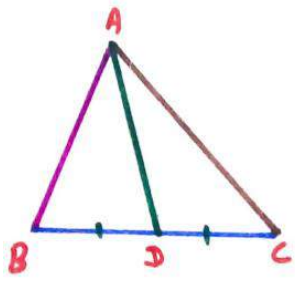
12. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और BC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की क्रमशः भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PM के समानुपाती हैं। दर्शाइए कि △ ABC ~△ PQR है।

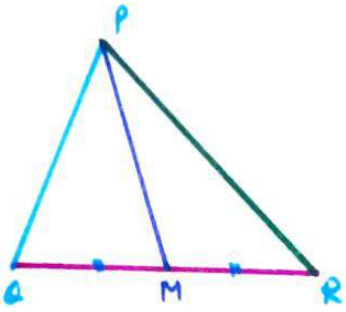
हल: - दिया है: त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और BC तथा माध्यिका AD, त्रिभुज PQR की क्रमशः भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PM के समानुपाती हैं।

सिद्ध करना है: △ ABC ~△ PQR

प्रमाण: AD और PM त्रिभुजों की माध्यिकाएँ हैं।

इसलिए, BD = $\frac{BC}{2}$ और QM = $\frac{QR}{2}$





$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$ [दिया गया है]

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR} = \frac{AD}{PM}$

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$

△ ABD और △ PQM में,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

∴ △ ABD ~△ PQM [SSS समरूपता]

⇒ ∠ABD = ∠PQM [समरूप त्रिभुजों के संगत कोण]

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

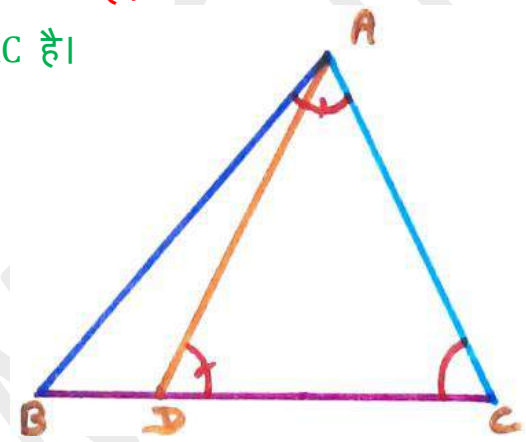
$\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में,

$\angle ABD = \angle PQM$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$ [SAS समरूपता]

13. एक त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिंदु D इस प्रकार स्तिथ है कि $\angle ADC = \angle BAC$ है। दर्शाइए कि $CA^2 = CB.CD$ है।



हल: - दिया है: $\triangle$ ABC में, $\angle ADC = \angle BAC$ है।

सिद्ध करना है: $CA^2 = CB.CD$

प्रमाण: $\triangle ADC$ और $\triangle BAC$ में,

$\angle ADC = \angle BAC$ [दिया गया है]

$\angle ACD = \angle BCA$ [दिया गया है]

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BAC$ [AA समरूपता]

हम जानते हैं कि समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।

इसलिए, $\frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA}$

$\Rightarrow CA^2 = CB \times CD$

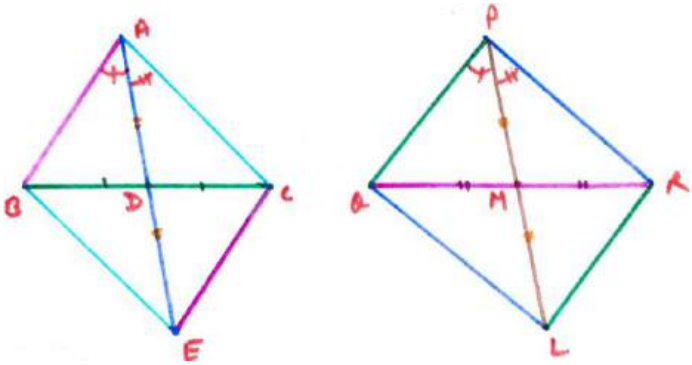
14. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और AC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की क्रमशः भुजाओं PQ और PR तथा माध्यिका PM के समानुपाती हैं। दर्शाइए कि $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ है।

हल: - दिया है: : त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और AC तथा माध्यिका AD, त्रिभुज PQR की क्रमशः भुजाओं PQ और PR तथा माध्यिका PM के समानुपाती हैं।

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$

सिद्ध करना है: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

रचना: AD और PM को क्रमशः E और L तक इस तरह आगे बढाया कि $AD = DE$ और $PM = DE$.



YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

EC, BE, QL और LR को मिलाया।

प्रमाण: चतुर्भुज ABEC में विकर्ण AE और BC का मध्य बिंदु D है अर्थात दोनों विकर्ण एक दुसरे को समद्विभाजित करते हैं

ABCD एक समानांतर चतुर्भुज है और इसी तरह PQRL भी एक सामानांतर चतुर्भुज है।

$\therefore AC = BE,\ AB = EC,\ PR = QL$ और $PQ = LR$ [सामानांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ]

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BE}{QL} = \frac{2AD}{2PM}$

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BE}{QL} = \frac{AE}{PL}$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle PQL$

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$

$\Rightarrow \frac{EC}{QL} = \frac{AC}{PR} = \frac{2AD}{2PM}$

$\Rightarrow \frac{EC}{QL} = \frac{AC}{PR} = \frac{AE}{PL}$

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle PRL$ [SSS समरूपता]

हम जानते है कि समरूप त्रिभुजों के संगत कोण बराबर होते है इसलिए

$\therefore \angle BAE = \angle QPL$ और $\angle CAE = \angle RPL$

दोनों को जोड़ने पर

$\angle BAE + \angle CAE = \angle QPL + \angle RPL$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle QPR$

अब $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$ [दिया गया है]

और $\angle BAC = \angle QPR$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$ [SAS समरूपता] इति सिद्धम।

15. लंबाई 6 m वाले एक ऊर्ध्वाधर स्तम्भ की भूमि पर छाया की लम्बाई 4 m है, जबकि उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 28 m है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

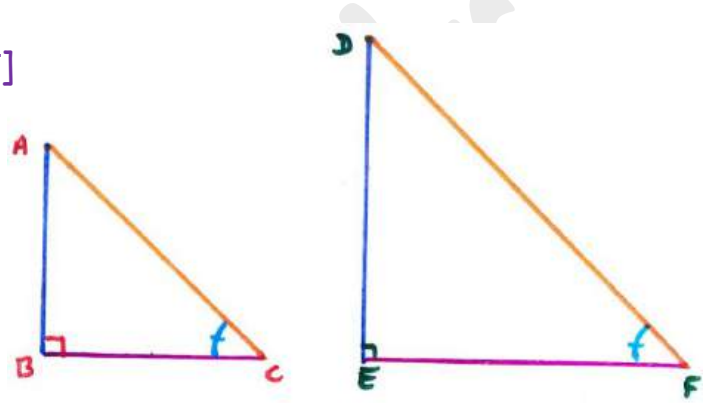
हल: - माना AB स्तम्भ और DE मीनार है। BC स्तम्भ की छाया और EF मीनार की छाया है। यहाँ पर AB = 6 m, BC = 4 m और EF = 28 m दिया है।

△ ABC और △ DEF में,

$\angle ACB = \angle DFE$ [एक ही समय पर सूर्य का कोण]

$\angle ABC = \angle DEF$ [प्रत्येक $90°$]

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ [AA समरूपता]



$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

$\Rightarrow \frac{6}{DE} = \frac{4}{28}$

$\Rightarrow DE = \frac{6\ x\ 28}{4}$ m

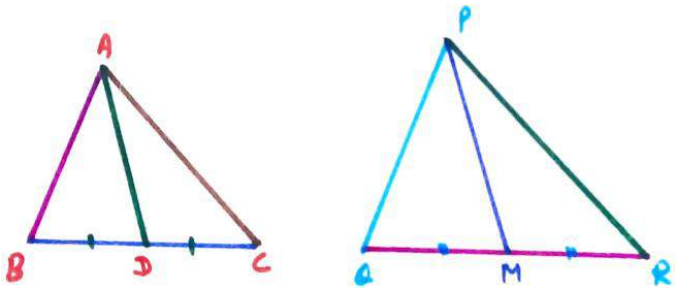
$\Rightarrow DE = 42$ m

$\therefore$ मीनार की ऊँचाई 42 m है। Ans.

16. AD और PM त्रिभुजों ABC तथा PQR की क्रमशः माध्यिकाएँ हैं जबकि $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$ है।

हल: - दिया है: AD और PM त्रिभुजों ABC तथा PQR की क्रमशः माध्यिकाएँ हैं तथा $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ है।

सिद्ध करना है: $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$



प्रमाण: हम जानते हैं कि समरूप त्रिभुजों कीसंगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं। इसलिए,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$.....(i)

और, $\angle A = \angle P,\ \angle B = \angle Q,\ \angle C = \angle R$.....(ii)

AD और PM त्रिभुजों की माध्यिकाएँ हैं।

इसलिए, $BD = \frac{BC}{2}$ और $QM = \frac{QR}{2}$.....(iii)

समीकरण (i) और (iii) से, प्राप्त होता है

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$.....(iv)

$\triangle ABD$ और $\triangle PQM$ में,

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

$\angle B = \angle Q$ [समीकरण (ii) से]

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$ [समीकरण (iv) से]

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle PQM$ [SAS समरूपता]

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$ इति सिद्धम।

R.K.Paliwal Sir